



LEHRBUCH  
DER  
A L G E B R A.

Von

HEINRICH WEBER,

ZURHER D. GEOMATHEMATISCHE UND PHYSICO-MATHEMATISCHE

IN ZWEI BÄNDEN.

ZWEITER BAND.

---

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH Vieweg & Sohn.

1896.

115<sup>12</sup>  
132  
4.2

---

Alle Rechte vorbehalten.

---

## VORWORT ZUM ZWEITEN BANDE.

Der in dem Vorworte zum ersten Bande angekündigten Absicht gemäss kann ich heute den zweiten Band meines Lehrbuches der Algebra der Gleichheit übergeben. Der dort aufgestellte Plan ist in den wesentlichen Punkten durchgeführt. Bei den Anwendungen bin ich bemüht gewesen, solche Probleme auszuwählen, die bereits in anderen Gebieten, der Geometrie oder Functionentheorie, ein selbständiges Interesse gewonnen haben, und die zugleich die Hauptpunkte der algebraischen Theorie möglichst vielseitig zur Anschauung bringen.

Die Anwendung der Theorie der algebraischen Zahlen ist bis zur Theorie der Kreistheilungszahlen durchgeführt. Wenn Leben und Arbeitskraft vorhanden, hoffe ich, in einer Fortsetzung meines Werkes die weiteren Anwendungen auf das Gebiet der elliptischen Functionen darzustellen, die nur zum Theil in meinem Buche „Elliptische Functionen und algebraische Zahlen“ enthalten sind.

Auch während der Ausarbeitung und des Druckes des zweiten Bandes hat mir die Hilfe und der Rath der Freunde zu Seite gestanden, die ich schon in der Vorrede zur ersten Auflage genannt habe. Aber auch manchen neuen Freund hat sich der erste Band bereits erworben, der meine Arbeit durch Würde und Rathschläge gefordert hat. Ihnen allen spreche ich an dieser Stelle meinen Dank aus, und füge die Bitte hinzu, dass sie dem Werke auch weiterhin ihr Interesse bewahren mögen.

Strasburg, im Juli 1896.

Der Verfasser.



# INHALT DES ZWEITEN BANDES.

---

## Erstes Buch.

### G r u p p e n .

#### Erster Abschnitt.

##### Allgemeine Gruppentheorie.

	Seite
§. 1. Definition der Gruppen . . . . .	3
§. 2. Die Divisoren endlicher Gruppen . . . . .	7
§. 3. Normaltheiler einer Gruppe . . . . .	10
§. 4. Composition der Theile . . . . .	12
§. 5. Mehrstufiger Isomorphismus . . . . .	15
§. 6. Die Compositionsreihe und der Satz von C. Jordan . . . . .	17
§. 7. Weitere Sätze über die Compositionsreihen . . . . .	24
§. 8. Metacyklische Gruppen . . . . .	27

#### Zweiter Abschnitt.

##### Abel'sche Gruppen.

§. 9. Darstellung Abel'scher Gruppen durch eine Basis . . . . .	32
§. 10. Die Invarianten der Abel'schen Gruppen . . . . .	39
§. 11. Gruppencharaktere . . . . .	43
§. 12. Divisoren einer Abel'schen Gruppe. Reciproke Gruppen . . .	48
§. 13. Die Geschlechter in einer Abel'schen Gruppe . . . . .	52
§. 14. Indices nach einer ungeraden Primzahlpotenz als Modul . . .	54
§. 15. Indices für eine Potenz von 2 als Modul . . . . .	58
§. 16. Die Gruppen der Zahlklassen nach einem zusammengesetzten Modul . . . . .	60

#### Dritter Abschnitt.

##### Die Gruppe der Kreistheilungskörper.

§. 17. Die Resolventen der Kreistheilungstheorie . . . . .	63
§. 18. Kreistheilungskörper . . . . .	67
§. 19. Primäre und nicht primäre Theiler der Gruppe $\mathfrak{N}$ . . . . .	72
§. 20. Die Kreistheilungsperioden . . . . .	74
§. 21. Kreistheilungskörper mit gegebener Gruppe . . . . .	79
§. 22. Bestimmung der Gruppe $\mathfrak{U}$ . . . . .	92

## Vierter Abschnitt.

**Cubische und biquadratische Abel'sche Körper.**

	Seite
§. 23. Cubische Kreistheilungskörper . . . . .	94
§. 24. Biquadratische Kreistheilungskörper . . . . .	101
§. 25. Cubische Abel'sche Gleichungen . . . . .	107
§. 26. Biquadratische Abel'sche Gleichungen . . . . .	110

## Fünfter Abschnitt.

**Constitution der allgemeinen Gruppen.**

§. 27. Bildung von Gruppen nach Cayley . . . . .	114
§. 28. Beziehung der allgemeinen Gruppen zu den Permutationsgruppen . . . . .	117
§. 29. Der erste Sylow'sche Satz . . . . .	121
§. 30. Der zweite Sylow'sche Satz . . . . .	125
§. 31. Gruppen vom Grade $p^a$ . . . . .	127
§. 32. Satz von Frobenius . . . . .	129
§. 33. Gruppen vom Grade $p^a q$ . . . . .	134
§. 34. Einfache Gruppen . . . . .	136
§. 35. Gruppen vom Grade $p q$ . . . . .	140
§. 36. Grenzen des Index eines Theilers der symmetrischen Permutationsgruppe . . . . .	143

## Zweites Buch.

**Lineare Gruppen.**

## Sechster Abschnitt.

**Gruppen linearer Substitutionen.**

§. 37. Lineare Substitutionen und ihre Zusammensetzung . . . . .	151
§. 38. Substitution der Verhältnisse . . . . .	158
§. 39. Permutationen als lineare Substitutionen . . . . .	159
§. 40. Die Invarianten von endlichen Gruppen linearer Substitutionen	161
§. 41. Der Satz von Hilbert . . . . .	165
§. 42. Endlichkeit des Invariantensystems einer endlichen linearen Substitutionsgruppe . . . . .	168
§. 43. Das Formenproblem . . . . .	171
§. 44. Klein's Erweiterung des algebraischen Grundproblems . . . . .	176
§. 45. Einfluss relativer Invarianten . . . . .	177
§. 46. Der erweiterte Invariantenbegriff . . . . .	179
§. 47. Normalformen . . . . .	181

## Siebenter Abschnitt.

**Gruppen binärer linearer Substitutionen.**

§. 48. Ternäre orthogonale Substitutionen . . . . .	184
§. 49. Lineare gebrochene Substitutionen . . . . .	189

§ 50	Reziprozitätsgesetze	133
§ 51	Die Gruppe der Spiegelungen im dreidimensionalen Raum	133
§ 52	Die Gruppe der Spiegelungen im dreidimensionalen Raum mit den Substitutionen $\Gamma_1$	139
§ 53	Die Gruppe der $\Gamma_1$ -Akkordgruppen	139
§ 54	Die Stufen der Schiebung von Kreisringen durch einfache Isometrien	140
§ 55	Die Gruppe $\Gamma_2$	140

## Vierter Abschnitt.

## Die Polyedergruppen.

§ 56	Die regulären Gruppen und die Diedergruppen	144
§ 57	Die Tetraedergruppe	144
§ 58	Die Oktaedergruppe	146
§ 59	Die Ikosaedergruppe	147
§ 60	Die Flächen der Ikosaedergruppe	147
§ 61	Die Grundflächen der Ikosaedergruppe	148
§ 62	Die Invarianten des Ikosaeders	149
§ 63	Polyedergruppen des zweiten Art - Krystallographische Gruppen	151

## Fünfter Abschnitt.

## Congruenzgruppen.

§ 64	Die elliptischen Congruenzgruppen	242
§ 65	Congruenzgruppen	242
§ 66	Congruenzgruppen nach Körper $K$	250
§ 67	Endlichkeit der Gruppe $I_p$	251
§ 68	Congruenzgruppen zweiten Grades	254
§ 69	Die reelle lineare Congruenzgruppe $I_p$	254
§ 70	Imaginäre Form der Gruppe $I_p$	261
§ 71	Darstellen der Gruppe $I_p$ , deren Grad durch $p$ teilbar ist	266
§ 72	Darstellen der Gruppe $I_p$ , deren Grad nicht durch $p$ teilbar ist	273
§ 73	Constitution der Gruppe $I_p$ vom Grade $p^m$	286

## Drittes Buch.

## Anwendungen der Gruppentheorie.

## Zehnter Abschnitt.

## Allgemeine Theorie der metacyklischen Gleichungen.

§ 74	Die Koeffizienten der Compositio- nischen	298
§ 75	Metacyklische Gleichungen	302
§ 76	Metacyklische Gleichungen, deren Grad eine Primzahl ist oder ist	307
§ 77	Darstellung der Abel'schen Gruppe $Q$	308
§ 78	Analytische Darstellung der Permutationen	309
§ 79	Darstellung der metacyklischen Gruppe $P$	310
§ 80	Teriäre lineare Kongruenzgruppe für den Modul 2	310